ESTRELAS E BURACOS NEGROS

BRAGA, Renato P.[1] & CUNHA, Emanuel[2] & GAMA, Fernando José de Almeida[3]

INTRODUÇÃO

Para se fala de Buracos Negros antes é preciso comentar a evolução de uma Estrela, embora o objetivo maior deste seja divulgar o estudo sobre Buraco Negro a partir da métrica de Schwarzschild, também se espera atingir as expectativas a respeito do conhecimento sobre o que seria uma estrela e como ocorre sua evolução? Dessa forma pode-se dizer que numa noite de boa visibilidade notar melhor as diferentes colorações das estrelas, isso afastado das luzes da cidade, esses ligeiros contrastes tem naturalmente uma explicação: a cor de cada estrela depende de sua temperatura. Podem-se perceber as estrelas azuladas que são as mais jovens e quentes, e as que se apresentam avermelhadas são mais velhas e frias. Cronologicamente o primeiro fato importante na historia do universo foi à formação de uma primeira geração de estrelas. A energia que faz brilhar as estrelas é produto das reações nucleares que acontecem em ciclos (seqüências de reações fechadas). O ciclo nuclear básico da evolução estelar é o chamado próton – próton, que convertem 4 núcleos de hidrogênio em um núcleo de hélio e libera energia. Para tanto uma estrela explode como super-nova sintetizando elementos mais pesados que o ferro, após passar pelo estágio de gigante ou super-gigante, a estrela sofrerá um colapso final. Ocorrendo quando as camadas externas da estrela continuam a implodir e sofrem um rebote pelo núcleo com violência capaz de ejetar material no espaço isso libera quantidades colossais de energia, produzindo um grande aumento da luminosidade, que pode perdurar por meses. Então para nosso objetivo de estudar Buracos Negros temos que se essa remanescente tiver massa superior cerca de aproximadamente 3Mo não há mecanismo capaz de deter seu colapso e tornar-se tão denso e compacto que a atração gravitacional é forte o suficiente para impedir que a luz escape de sua atração. Esses são chamados de Buracos Negros estelares, em que só podem ser detectados pelos efeitos que produzem ao seu redor. Como é considerada a fase final de uma estrela de grande massa, sendo chamados, inclusive, de sua "morte". Estrelas são astros estáveis durante a maior parte de sua "vida" em que agem forças opostas de pressão interna e gravidade, mantidas em equilíbrio. Então, partindo da métrica de Schwarzschild para um plano equatorial, em que se levarmos em consideração $M \rightarrow 0$ para $r \rightarrow \infty$ observa-se que a métrica de Schwarzschild iguala-se a métrica de Minkowski. Mas o que nos convém é tomar como base o teorema de Birkhoff, que implica para qualquer outra região de vácuo de um espaço-tempo esfericamente simétrico será descrito por uma parte da Schwarzschild alterando o quadro global. Então para um espaço-tempo de curvatura utilizaremos a métrica de Schwarzschild e a Equação de Einstein para encontrar os valores dos fatores exponenciais de alfa e beta. Evidentemente que o ciclo de vida de uma Estrela nem sempre a levará a um Buraco Negro, pois seu colapso pode vir a ser interrompido, pois as Anãs brancas são o estado final para a maioria das estrelas, e são extremamente comuns em todo o universo. Assim, analisaremos a partir do elemento de massa que se obtêm dos respectivos cálculos desenvolvidos no decorrer do trabalho, que a pressão aumenta perto do núcleo da estrela, em que o teorema estático de Buchdahl razoável diz que qualquer solução esfericamente simétrica tem um valor de massa de forma a determinar que a energia que faz brilhar as estrelas é produto de reações fechadas.

1. Primeiro autor aluno de Mestrado do Departamento de Física Universidade Federal de Campina Grande. R- Aprigio Veloso 882 – Universitario – PB. CEP.: 58 429-140, Bloco CY, Sala 103. E-mail: natopb@bol.com.br
2. Segundo autor aluno de Mestrado do Departamento de Física Universidade Federal de Campina Grande. R- Aprigio Veloso 882 – Universitario – PB. CEP.: 58 429-140, Bloco CY, Sala 103. E-mail: emanuel.cunha@yahoo.com.br
3. Terceiro autor aluno de Mestrado do Departamento de Física Universidade Federal de Campina Grande. R- Aprigio Veloso 882 – Universitario – PB. CEP.: 58 429-140, Bloco CY, Sala 103. E-mail: fernando_gama@uol.com.br

MATERIAL E MÉTODOS

Partindo da métrica de métrica de Schwarzschild para um plano equatorial temos:

$$\mathrm{d}s^2 = c^2\left(1-\frac{2GM}{c^2 r}\right)\mathrm{d}t^2 - \left(1-\frac{2GM}{c^2 r}\right)^{-1}\mathrm{d}r^2 - r^2$$

$$\mathrm{d}\Omega^2 = \mathrm{d}\theta^2 + \sin^2\theta\,\mathrm{d}\phi^2$$

Em que se levarmos em consideração:

$$M \to 0 r \to \infty$$

Observamos que a métrica do espaço – tempo de Minkowski é escrita da seguinte forma:

$$ds^2 = c^2dt^2 - dr^2 - r^2 d\Omega^2$$

Temos também como embasamento o **Teorema de Birkhoff**, que implica para qualquer outra região de vácuo de um espaço – tempo esfericamente simétrico será descrito por uma parte da Schwarzschild alterar o quadro global.
Então para um espaço – tempo de curvatura utilizaremos a métrica de Schwarzschild e a Equação de Einstein descritos a baixo:

$$ds^2 = -e^{2\alpha(r)}\,\mathrm{d}t^2 + e^{2\beta(r)}\,\mathrm{d}r^2 + r^2\,d\Omega^2.$$

Nosso objetivo é encontrar os valor para as exponenciais de alfa e beta, sendo assim faremos cálculos necessários da equação de Einstein primeiramente:

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \tfrac{1}{2}Rg_{\mu\nu}$$

Sabendo que:

$$G = KT_{\mu\nu}$$

E que para $R_{00} = \frac{1}{2}K\rho c^2$

$$-\frac{1}{2}\nabla^2 h_{00} = \frac{1}{2}K\rho c^2 \Rightarrow \nabla^2 h_{00} = -K\rho c^2$$

Para o limite do campo fraco temos:

$$h_{00} = -\frac{2}{c^2}\phi$$

Substituindo temos:

$$-\frac{2}{c^2}\nabla^2\phi = -K\rho c^2$$

$$\nabla^2\phi = \frac{Kc^4}{2}\rho$$

Conhecendo a Equação Newtoniana dada por $\nabla^2\phi = 4\pi G\rho$, temos:

$$\frac{Kc^4}{2} = 4\pi G \Rightarrow K = \frac{8\pi G}{c^4}$$

Então podemos escrever para c = 1 o nosso $G_{\mu\nu}$ como sendo:

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \tfrac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}$$

O tensor de Einstein segue a forma do tensor de Ricci e escalar de curvatura,

$$R_{tt} = e^{2(\alpha-\beta)}\left[\partial_r^2\alpha + (\partial_r\alpha)^2 - \partial_r\alpha\partial_r\beta + \tfrac{2}{r}\partial_r\alpha\right]$$

$$R_{rr} = -\partial_r^2\alpha - (\partial_r\alpha)^2 + \partial_r\alpha\partial_r\beta + \tfrac{2}{r}\partial_r\beta$$

$$R_{\theta\theta} = e^{-2\beta}[r(\partial_r\beta - \partial_r\alpha) - 1] + 1$$

$$R_{\phi\phi} = \sin^2\theta\, R_{\theta\theta}$$

$$R = -2e^{-2\beta}\left[\partial_r^2\alpha + (\partial_r\alpha)^2 - \partial_r\alpha\partial_r\beta + \frac{2}{r}(\partial_r\alpha - \partial_r\beta) + \frac{1}{r^2}(1-e^{2\beta})\right]$$

Vamos determinar:

$$G_{tt} = R_{tt} - \frac{1}{2}Rg_{tt} \quad g_{tt} = -\left(1-\frac{2GM}{r}\right)$$

Logo,

$$G_{tt} = e^{2(\alpha-\beta)}\left[\partial r^2\alpha + (\partial r\alpha)^2 - \partial r\alpha\partial r\beta + \frac{2}{r}\partial r\alpha\right]$$
$$-\frac{1}{2}\left[-\left(1-\frac{2GM}{r}\right)\right]\left\{-2e^{-2\beta}\left[\partial r^2\alpha + (\partial r\alpha)^2 - \partial r\alpha\partial r\beta + \frac{2}{r}(\partial r\alpha - \partial r\beta)\right.\right.$$
$$\left.\left.+\frac{1}{r^2}\left(1-e^{2\beta}\right)\right]\right\}$$

$$G_{tt} = e^{2(\alpha-\beta)}\partial r^2\alpha + e^{2(\alpha-\beta)}(\partial r\alpha)^2 - e^{2(\alpha-\beta)}\partial r\alpha\partial r\beta + \frac{2}{r}e^{2(\alpha-\beta)}\partial r\alpha$$
$$+\left[\frac{1}{2}-\frac{GM}{r}\right]\left\{-2e^{-2\beta}\partial r^2\alpha - 2e^{-2\beta}(\partial r\alpha)^2 + 2e^{-2\beta}\partial r\alpha\partial r\beta\right.$$
$$\left.-e^{-2\beta}\frac{4}{r}(\partial r\alpha - \partial r\beta) - e^{-2\beta}\frac{2}{r^2}\left(1-e^{2\beta}\right)\right\}$$

Calculando o 3º e 5º termos dentro da chave:

$$2e^{-2\beta}\partial r\alpha\partial r\beta - e^{-2\beta}\frac{2}{r^2}\left(1-e^{2\beta}\right) = \frac{2r^2e^{-2\beta}\partial r\alpha\partial r\beta - 2e^{-2\beta}\left(1-e^{2\beta}\right)}{r^2}$$

$$2r^2e^{-2\beta}\partial r\alpha = 2r^2\left(e^{-2\beta}\partial r\alpha\right) + \left(2r^2\partial r\alpha\right)e^{-2\beta} = 2 \times 2re^{-2\beta} = 4re^{-2\beta}$$

$$\frac{4re^{-2\beta}\partial r\beta + 2e^{-2\beta}\left(e^{2\beta}-1\right)}{r^2} = \frac{2e^{-2\beta}\left(2r\partial r\beta - 1 + e^{2\beta}\right)}{r^2}$$

Assim temos:

$$G_{tt} = e^{2(\alpha-\beta)}\partial r^2\alpha - e^{-2\beta}\partial r^2\alpha + \frac{2GM}{r}e^{-2\beta}\partial r^2\alpha + e^{2(\alpha-\beta)}(\partial r\alpha)^2 - e^{-2\beta}(\partial r\alpha)^2$$
$$+\frac{2GM}{r}e^{-2\beta}(\partial r\alpha)^2 + \frac{e^{-2\beta}\left(2r\partial r\beta - 1 + e^{2\beta}\right)}{r^2}$$
$$-\frac{2GMe^{-2\beta}\left(2r\partial r\beta - 1 + e^{2\beta}\right)}{r^3} - e^{2(\alpha-\beta)}\partial r\alpha\partial r\beta + \frac{2}{r}e^{2(\alpha-\beta)}\partial r\alpha$$
$$-\frac{2e^{-2\beta}}{r}(\partial r\alpha - \partial r\beta) + \frac{4e^{-2\beta}}{r^2}(\partial r\alpha - \partial r\beta)$$

Calculando a parte vermelha e azul temos:

$$\frac{e^{-2\beta}\left(2r\partial r\beta - 1 + e^{2\beta}\right)}{r^2} - \frac{2GMe^{-2\beta}\left(2r\partial r\beta - 1 + e^{2\beta}\right)}{r^3}$$
$$= e^{-2\beta}\left(1-\frac{2GM}{r}\right)\left[\frac{\left(2r\partial r\beta - 1 + e^{2\beta}\right)}{r^2}\right]$$

Dados:

$$e^{2\alpha} = \left(1-\frac{R_S}{r}\right)$$

$$R_S = 2GM$$

$$e^{-2\beta}\left(1-\frac{2GM}{r}\right)\left[\frac{\left(2r\partial r\beta-1+e^{2\beta}\right)}{r^2}\right]=e^{2(\alpha-\beta)}\left[\frac{\left(2r\partial r\beta-1+e^{2\beta}\right)}{r^2}\right]$$

Portanto,

$$G_{tt}=e^{2(\alpha-\beta)}+e^{2(\alpha-\beta)}+e^{2(\alpha-\beta)}\left[\frac{\left(2r\partial r\beta-1+e^{2\beta}\right)}{r^2}\right]-2e^{2(\alpha-\beta)}$$

$$G_{tt}=\frac{1}{r^2}e^{2(\alpha-\beta)}\left(2r\partial r\beta-1+e^{2\beta}\right)$$

Obtendo a componente G_{tt}, analogamente teremos G_{rr}, $G_{\theta\theta}$ e $G_{\phi\phi}$ e podemos escrever da seguinte forma:

$$G_{tt}=\frac{1}{r^2}e^{2(\alpha-\beta)}\left(2r\partial_r\beta-1+e^{2\beta}\right)$$

$$G_{rr}=\frac{1}{r^2}\left(2r\partial_r\alpha+1-e^{2\beta}\right)$$

$$G_{\theta\theta}=r^2e^{-2\beta}\left[\partial_r^2\alpha+(\partial_r\alpha)^2-\partial_r\alpha\partial_r\beta+\frac{1}{r}(\partial_r\alpha\right.$$

$$G_{\phi\phi}=\sin^2\theta\, G_{\theta\theta}.$$

Considerando o nosso modelo de estrela com um fluido perfeito com tensor energia – momento:

$$T_{\mu\nu}=(\rho+p)U_\mu U_\nu+pg_{\mu\nu}$$

Então temos a densidade e a pressão em função do raio **r**, desde que buscam soluções de estática, fazendo um exame de quatro velocidades apontando na direção temporal.

$$U_\mu=(e^\alpha,0,0,0)$$

$$U^\mu=(-e^{-\alpha},0,0,0) \qquad U_\mu U^\mu=-e^{\alpha-\alpha}=-e^0$$

$$U^\mu U_\mu=-1.$$

Tomando assim as matrizes:

$$U_\mu U_\nu=\begin{pmatrix} e^{2\alpha} & & & \\ & 0 & & \\ & & 0 & \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

$$g_{\mu\nu}=\begin{pmatrix} -e^{2\alpha} & & & \\ & e^{2\beta} & & \\ & & r^2 & \\ & & & r^2(\sin^2\theta) \end{pmatrix}$$

Fazendo as devidas substituições para o tensor energia – momento, temos:

$$T_{\mu\nu}=(\rho+p)\begin{pmatrix} e^{2\alpha} & & & \\ & 0 & & \\ & & 0 & \\ & & & 0 \end{pmatrix}+p\begin{pmatrix} -e^{2\alpha} & & & \\ & e^{2\beta} & & \\ & & r^2 & \\ & & & r^2(\sin^2\theta) \end{pmatrix}$$

$$T_{\mu\nu}=\begin{pmatrix} e^{2\alpha}\rho & & & \\ & e^{2\beta}p & & \\ & & r^2p & \\ & & & r^2(\sin^2\theta)p \end{pmatrix}$$

Temos três componentes da Equação de Einstein, em que para a componente **tt** escrevemos:

$$G_{\mu\nu}=8\pi GT_{\mu\nu} \quad \text{Para: } T_{tt}=e^{2\alpha}\rho$$

$$\text{Então: } G_{tt}=8\pi GT_{tt}=8\pi Ge^{2\alpha}\rho$$

Logo,

$$\frac{1}{r^2}e^{2(\alpha-\beta)}\left(2r\partial_r\beta-1+e^{2\beta}\right)=8\pi Ge^{2\alpha}\rho$$

$$\frac{1}{r^2}e^{-2\beta}\left(2r\partial_r\beta-1+e^{2\beta}\right)=8\pi G\rho$$

á para a componente **rr** escrevemos:

$$\frac{1}{r^2}e^{-2\beta}\left(2r\partial_r\alpha+1-e^{2\beta}\right)=8\pi Gp.$$

Já para a componente **θθ** escrevemos:

$$e^{-2\beta}\left[\partial_r^2\alpha+(\partial_r\alpha)^2-\partial_r\alpha\partial_r\beta+\frac{1}{r}(\partial_r\alpha-\partial_r\beta)\right]=8\pi Gp$$

A equação $\phi\phi$ é proporcional à equação $\theta\theta$, portanto, não há necessidade de considerar separadamente. Notamos que a equação tt envolve apenas β e ρ. É conveniente substituir $\beta(r)$ com uma nova função $m(r)$, dada por

$$\frac{1}{r^2}e^{-2\beta}\left(2r\partial_r\beta-1+e^{2\beta}\right)=8\pi G\rho$$

Considerando:

$$2r\partial_r\beta=re^{2\beta}-r+1-e^{2\beta}$$

$$\rho=\frac{m(r)}{4\pi r^2}$$

Temos:

$$m(r)=\frac{1}{2G}(r-re^{-2\beta})$$

$$e^{2\beta}=\left[1-\frac{2Gm(r)}{r}\right]^{-1}$$

De modo que para:

$$ds^2=-e^{2\alpha(r)}\,dt^2+e^{2\beta(r)}\,dr^2+r^2\,d\Omega^2.$$

Se tornar com a substituição da exponencial encontrada:

$$ds^2=-e^{2\alpha(r)}\,dt^2+\left[1-\frac{2Gm(r)}{r}\right]^{-1}dr^2+r^2\,d\Omega^2$$

A componente g_{rr} é uma generalização do caso óbvio da métrica de Schwarzschild, mas isso não será verdade para g_{tt}. A equação tt torna-se

$$m(r)=4\pi r^2\rho$$

$$\rho=\frac{m(r)}{4\pi r^2} \qquad \frac{dm}{dr}=4\pi r^2\rho$$

$$\int dm=4\pi\int r^2\rho\,dr$$

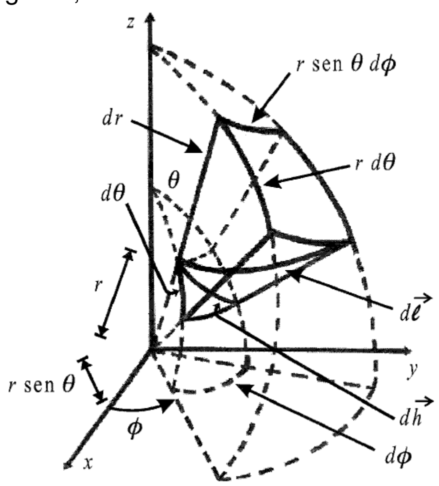
$$\int_0^r dm = 4\pi\int_0^r \rho(r')r'^2dr'$$

$$m(r) = 4\pi\int_0^r \rho(r')r'^2dr'$$

Vamos imaginar que a nossa estrela se estende a um raio R, ao qual estamos em condições de vácuo e descrito por Schwarzschild. Para que as métricas que correspondem com este raio, a massa de Schwarzschild M, deve ser administrado por

$$M = m(R) = 4\pi\int_0^R \rho(r)r^2dr$$

Percebe-se que m(r) é simplesmente a integral da densidade de energia para o interior estelar, e pode ser interpretado como a massa dentro de um raio r. Há uma sutileza de interpretação de m(r) como a densidade de energia integrada, em um espaço apropriado integrado, o elemento de volume deve ser



Como a métrica analisada é:

$$ds^2 = -e^{2\alpha(r)}dt^2 + e^{2\beta(r)}dr^2 + r^2d\Omega^2.$$

Podemos fazer para o espaço curvo os seguintes cálculos, onde fixamos as componentes t, θ, ϕ e variamos r:

$$ds_1^2 = e^{2\beta}dr^2$$

$$ds_1 = e^{\beta}dr$$

Logo fixando as componentes t, r, ϕ e variando θ obtemos ds_2 e se fixarmos as componentes t, r, θ e variando ϕ obtemos ds_3:

$$ds_2 = r\,d\theta$$

$$ds_3 = r\sin\theta\,d\phi$$

Fazendo,

$$\sqrt{\gamma}\,d^3x = ds_1\,ds_2\,ds_3$$

$$\sqrt{\gamma}\,d^3x = e^{\beta}\,dr\;r\,d\theta\;r\sin\theta\,d\phi$$

Portanto,

$$\sqrt{\gamma}\,d^3x = e^{\beta}r^2\sin\theta\,dr\,d\theta\,d\phi$$

é a métrica espacial. A densidade de energia integrada é verdadeira, portanto,

$$\bar{M} = 4\pi\int_0^R \rho(r)r^2e^{\beta(r)}\,dr$$

$$= 4\pi\int_0^R \frac{\rho(r)r^2}{\left[1-\frac{2Gm(r)}{r}\right]^{1/2}}\,dr$$

A diferença, claro, surge porque há uma energia de ligação, devido à atração gravitacional mútua dos elementos de fluido na estrela, que é dada por

$$E_B = \bar{M} - M > 0$$

A energia de ligação é a quantidade de energia que seria necessária para dispersar a matéria na estrela ao infinito. Nem sempre é uma noção bem definida na relatividade geral, mas faz sentido para as estrelas esféricas. Para m(r) permite eliminar α(r) em:

$$\frac{1}{r^2}e^{-2\beta}\left(2r\partial_r\alpha + 1 - e^{2\beta}\right) = 8\pi Gp$$

Para encontrar:

$$\frac{d\alpha}{dr} = \frac{Gm(r)+4\pi Gr^3p}{r[r-2Gm(r)]}$$

Temos:

$$e^{2\beta} = r\,[r-2Gm(r)]^{-1}$$

Desenvolvendo temos:

$$2r\left[r-2Gm(r)\right]\frac{d\alpha}{dr} = \left[r-2Gm(r)\right]\left(-r\,e^{2\beta}+r\right)+2Gm(r)$$

Sabendo ainda que:

$$\frac{d\alpha}{dr} = \frac{\left(-r\,e^{2\beta}+r\right)}{2r} + \frac{Gm(r)}{r\left[r-2Gm(r)\right]}$$

Fazendo os devidos cálculos, obtemos:

$$e^{-2\beta}\left(2r\partial_r\alpha + 1 - e^{2\beta}\right) = 8\pi Gp\,r^2$$

Solucionando tal equação obtemos:

$$2r\left[r-2Gm(r)\right]\frac{d\alpha}{dr} = 8\pi Gp\,r^3 + 2Gm(r)$$

$$\frac{d\alpha}{dr} = \frac{Gm(r)+4\pi Gr^3p}{r[r-2Gm(r)]}$$

Não é conveniente usar a equação θθ diretamente, mas em vez de apelar para a conservação de energia dinâmica,

$$\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0$$

Para a nossa métrica, é muito simples de obter a única componente não trivial para

$$\nu = r$$

Assim obtemos:

$$(\rho + p)\frac{d\alpha}{dr} = -\frac{dp}{dr}$$

Combinando esse resultado com:

$$\frac{d\alpha}{dr} = \frac{Gm(r) + 4\pi G r^3 p}{r[r - 2Gm(r)]}$$

Eliminamos o termo de alfa (r) obtendo a equação de equilíbrio hidrostático:

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{(\rho + p)[Gm(r) + 4\pi G r^3 p]}{r[r - 2Gm(r)]}$$

Para a pressão em função da densidade e da entropia como essa pode ser negligenciada temos:

$$p = p(\rho, S) \qquad p = p(\rho) \qquad p = K\rho^\gamma$$

Modelos semi-realistas de estrelas assumem que o fluido é incompressível, logo a densidade é uma constante.

$$\rho(r) = \begin{cases} \rho_*, & r < R \\ 0, & r > R \end{cases}$$

$$m(r) = \begin{cases} \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_*, & r < R \\ \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_* = M, & r > R \end{cases}$$

Integrando a equação de rendimento de equilíbrio hidrostático:

$$p(r) = \rho_* \left[\frac{R\sqrt{R - 2GM} - \sqrt{R^3 - 2GMr^2}}{\sqrt{R^3 - 2GMr^2} - 3R\sqrt{R - 2GM}} \right]$$

Obtemos a componente métrica:

$$g_{tt} = -e^{2\alpha(r)}$$

Finalmente, podemos obter a componente métrica de dα/dr, achando assim,

$$e^{\alpha(r)} = \frac{3}{2}\left(1 - \frac{2GM}{R}\right)^{1/2} - \frac{1}{2}\left(1 - \frac{2GMr^2}{R^3}\right)^{1/2} \qquad r < R$$

CONCLUSÃO

A principal consideração que pode-se ter é que a pressão aumenta perto do núcleo da estrela, como seria de esperar. De fato, para uma estrela com um raio R fixo, a pressão central p(0) terá de ser maior que o infinito se a massa for superior a

$$M_{\max} = \frac{4}{9G} R$$

O teorema estático de Buchdahl razoável diz que qualquer solução esfericamente simétrica tem

$$M < 4R/9G$$

Ainda pode-se dizer que a energia que faz brilhar as estrelas é produto das reações nucleares que acontecem em ciclos (sequências de reações fechadas). O ciclo nuclear básico da evolução estrelar é o chamado próton-próton, que converte 4 núcleos de hidrogênio em um de hélio e libera energia. O lugar geométrico das estrelas que obtém sua energia desta maneira é a chamada Sequência Principal, e nela se encontram mais do 90% das estrelas da galáxia. Quando uma fração do hidrogênio da ordem do 15% é processada no centro, a fusão não pode prosseguir e a estrela sai da Sequência Principal (este resultado foi obtido em um trabalho conjunto pelo físico brasileiro Mário Schoemberg e o astrofísico indiano S. Chandrasekhar).

REFERÊNCIAS

CAROLL, Sean; **Spacetime and Geometry – Na Introduction to General Relativity**; University of Chicago; Chicago, Illinois; June 2003.

HARTLE, James B.; **Gravity – An Introduction to Einstein's General Relativity**; University of California, Santa Barbara; June, 2002.

REES, Martim; **O Reino das Galáxias**; vol. 3; São Paulo – SP; Editorial Duetto; 2008.

HORVATH, Jorge/LUGONES, Germán/ALLEN, Marcelo Porto/SEARANO, Sérgio Jr. & TEXEIRA, Ramachrisna; **Cosmologia Física – Do micro ao macro cosmos e vice-versa**; Editora livraria da Física; São Paulo – SP; 2007.

ARANY – PADRO, Lilia Irmeli; **À Lus das Estrelas: Ciência através da Astronomia**; Editora DP&A; Rio de Janeiro – RJ; 2006.

DELERUE, Alberto; **Rumo às estrelas: guia prático para observação do céu**; 4ª edição; Editora Jorge Zahar; Rio de Janeiro – RJ; 2007.

MACHADO, Kleber Daum; **Teoria do Eletromagnétismo**; vol. 1; Ponta Grossa – PR; Editora UFPG; 2000.

http://www.portalsaofrancisco.com.br/alfa/buraco-negro/como-se-desenvolvem.php

http://noticias.terra.com.br/ciencia/interna/0,,OI1996626-EI302,00.html