FIM DE UMA ESTRELA: BURACOS NEGROS E A CENSURA CÓSMICA

Raphael Santarelli[1] e Alberto Saa[2]

Introdução

Uma estrela pode ser definida de uma maneira simples como sendo uma "bola de gás massiva e luminosa que produz energia através de fusão nuclear em seu interior".

Esse processo de fusão nuclear que ocorre no interior das estrelas depende de alguns parâmetros específicos, como da massa da estrela, de sua composição química e de sua temperatura. Dessa forma, diferentes estrelas possuem diferentes processos de evolução, ou seja, podemos ter duas estrelas com diferentes taxas de fusão, com diferente composição química em seu interior etc.

Porém, sabemos que todas as estrelas irão eventualmente esgotar seu combustível interno, encerrando assim sua atividade de fusão nuclear. De um modo geral, a situação final de uma estrela depende primeiramente de sua massa. Algumas estrelas terminam seu ciclo como anãs brancas, outras como estrelas de nêutrons, e algumas delas irão formar buracos negros.

Nosso objetivo principal nesse trabalho é investigarmos algumas propriedades dos buracos negros, que são um dos objetos mais fascinantes do nosso universo. Sabemos que são objetos astronômicos, e que são previstos pela teoria da relatividade geral. A característica mais marcante de um buraco negro é que ele possui uma singularidade (região de infinita densidade e infinita curvatura do espaçotempo), e essa singularidade está envolvida por um horizonte de eventos.

Sabemos que um buraco negro surge a partir do colapso gravitacional de algumas estrelas muito massivas. Como não há pressão suficiente no interior da estrela para impedir esse colapso, toda sua massa tende a se reunir em um único ponto, gerando a singularidade. O horizonte de eventos também é criado nesse colapso.

Esse horizonte é interessante, pois ele é uma superfície de caminho único, ou seja, objetos massivos e luz podem cair em direção à singularidade, atravessando o horizonte. Porém, nenhum objeto, nem mesmo a luz, podem sair por essa superfície.

Dessa maneira, podemos dizer que eventos que ocorrem dentro do horizonte de eventos não podem afetar um observador que está fora desse horizonte, pois não há como a informação sair de dentro para fora.

Sabemos também que a teoria da relatividade não consegue explicar os fenômenos que ocorrem na vizinhança da singularidade (de fato toda a física perde a validade nessa região, já que o próprio espaçotempo diverge). Dessa forma, podemos dizer que a presença desse horizonte que "esconde" tudo que ocorre perto da singularidade possui um importante papel, pois assim não precisamos nos preocupar com o que ocorre perto da singularidade.

Nesse contexto, Roger Penrose (1969) introduziu a chamada *Conjectura da Censura Cósmica*, que diz que toda singularidade formada a partir de um colapso gravitacional deve obrigatoriamente apresentar um horizonte de eventos que a "esconde" dos observadores externos. Muitas evidências sugerem que essa conjectura seja verdadeira, mas até hoje ela nunca foi provada.

Pretendemos nesse trabalho investigar se essa conjectura realmente é válida, ou seja, analisaremos se é possível destruir o horizonte de eventos de um buraco negro, deixando dessa maneira sua singularidade à mostra (singularidade nua). Esse é um estudo importante, pois muitos resultados foram provados usando como hipótese o fato do horizonte sempre existir. Se mostrarmos que é possível destruir o horizonte de eventos de um buraco negro, esses resultados seriam invalidados, e precisaríamos de uma nova perspectiva de estudo nessa área.

Material e Métodos

Este trabalho é de natureza puramente teórica. Como na vizinhança de um buraco negro os efeitos da gravidade são muito extremos (regime altamente relativístico), vamos usar a teoria da relatividade geral em nossos cálculos, e não a teoria da gravitação de Newton.

Existe um teorema na relatividade geral chamado de "teorema no-hair", que diz que os buracos negros são caracterizados apenas por três parâmetros: sua massa M, seu momento angular J e sua carga elétrica Q, independentemente da composição e das propriedades da matéria que colapsou.

[1] Raphael Santarelli é aluno de doutorado do Instituto de Física Gleb Wataghin, Universidade Estadual de Campinas, sala 49, prédio D, Campinas, SP, CEP 13083-859. E-mail: telsanta@ifi.unicamp.br

[2] Alberto Saa é Professor Titular do Departamento de Matemática Aplicada, Universidade Estadual de Campinas, sala 147-A, Campinas, SP, CEP 13083-859. E-mail: asaa@ime.unicamp.br

Apoio financeiro: FAPESP

Dessa maneira, podemos ter quatro tipos distintos de buracos negros:

1. Buraco negro de Schwarzschild: possui apenas massa, sem momento angular e sem carga elétrica.
2. Buraco negro de Reissner-Nordstrom: possui massa e carga elétrica, sem momento angular.
3. Buraco negro de Kerr: possui massa e momento angular, sem carga elétrica.
4. Buraco negro de Kerr-Newman: possui os três parâmetros, ou seja, massa, momento angular e carga elétrica.

Logo, o buraco negro mais geral possível é o de Kerr-Newman, que possui os três parâmetros não nulos. É com esse buraco negro que vamos trabalhar.

Usando a teoria da relatividade geral, e analisando a métrica do espaçotempo nessa geometria de Kerr-Newman, chegamos ao seguinte resultado para o raio do horizonte de eventos desse buraco negro:

$$r_+ = M + \sqrt{M^2 - Q^2 - a^2} \quad (1)$$

Na qual *a=J/M*. Note que o termo dentro da raiz na equação acima pode ser positivo, zero ou negativo. Se for positivo temos um buraco negro típico (com seu horizonte de eventos); e se for zero, temos o chamado buraco negro extremo.

Já se o valor for negativo, a equação que nos forneceu esse valor de raio não tem solução real, e dessa forma não existe horizonte de eventos.

Portanto, a ideia principal (WALD, 1974; HUBENY, 1999; JACOBSON, 2009) é começarmos com um buraco negro (formado a partir do colapso gravitacional de uma estrela massiva), e jogarmos um objeto massivo em direção a ele, com a esperança de que quando esse objeto cair no buraco negro, ele mude os parâmetros de tal forma que na situação final tenhamos:

$$a_f^2 + Q_f^2 > M_f^2 \quad (2)$$

Pois assim o horizonte seria destruído, e teríamos a formação de uma singularidade nua. Variando os parâmetros do buraco negro (*M*, *a* e *Q*) e da partícula (massa *m*, momento angular *L* e carga elétrica *q*), já foi mostrado (HUBENY, 1999) que tal resultado é possível para um buraco negro de Reissner-Nordstrom *quase* extremo, e que também é possível para um buraco negro de Kerr *quase* extremo (JACOBSON, 2009). O trabalho pioneiro de Wald (1974) analisava um buraco negro de Kerr-Newman, mas ele considerou que inicialmente o buraco negro era extremo, e concluiu que tal resultado não era possível. Vamos reanalisar esse trabalho, considerando agora que o buraco negro no início não é extremo, mas sim *quase* extremo, conforme Hubeny (1999) e Jacobson (2009).

Logo, nosso procedimento será o seguinte: vamos enviar uma partícula de massa *m* e carga elétrica *q* em direção ao buraco negro de Kerr-Newman *quase* extremo. Para que o horizonte seja destruído, precisamos que duas condições sejam satisfeitas:

1. A partícula deve cair no buraco negro, ou seja, atravessar seu horizonte de eventos.
2. Os parâmetros finais dessa configuração devem satisfazer a relação (2), para que dessa forma o horizonte de eventos seja destruído.

Por fim, iremos desprezar os chamados efeitos de "backreaction", ou seja, trabalharemos na aproximação de partícula de teste, na qual os parâmetros da partícula são muito pequenos quando comparados com os do buraco negro.

Dessa maneira, efeitos de correção que surgiriam devido ao campo gravitacional da própria partícula e ao seu tamanho serão desprezados. Com isso, vamos considerar que essa partícula descreve uma geodésica em uma métrica de fundo que permanece fixa (métrica de Kerr-Newman).

Resultados e Discussão

Vamos agora apresentar nossos resultados obtidos. Primeiro vamos calcular a energia necessária para que a partícula satisfaça a condição um acima, ou seja, para que ela atravesse o horizonte de eventos, caindo no buraco negro. A partir da Lagrangiana (*L*) que descreve esse sistema, obtemos as seguintes constantes de movimento:

$$-E_\infty = p_t = \frac{\partial L}{\partial \dot{t}} = m g_{t\mu} \frac{dx^\mu}{ds} + qA_t \quad (3)$$

$$L_\infty = p_\varphi = \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} = m g_{\varphi\mu} \frac{dx^\mu}{ds} + qA_\varphi \quad (4)$$

Nas quais E_∞ é a energia da partícula, $g_{t\mu}$ e $g_{\varphi\mu}$ são termos da métrica, A_t e A_φ são componentes do quadrivetor potencial, e *s* é o parâmetro da trajetória. Lembrando que usamos a convenção da soma de Einstein (no índice μ). Usando agora o fato de que a partícula descreve uma trajetória do tipo tempo (pois possui massa), temos a seguinte normalização da quadrivelocidade:

$$u^\mu u_\mu = \frac{1}{m^2} g^{\mu\nu}(p_\mu - qA_\mu)(p_\nu - qA_\nu) = -1 \quad (5)$$

Substituindo as equações (3) e (4) na equação (5), obtemos uma equação quadrática para a energia. Quando resolvemos essa equação, obtemos duas soluções, mas somente uma delas é fisicamente aceitável. Antes de apresentarmos essa solução, vamos introduzir dois novos parâmetros (δ e α), que nos serão muito úteis:

$$\delta^2 = M^2 - a^2 - Q^2 \quad (6)$$

$$a = \sqrt{M^2 - \delta^2}\cos\alpha \tag{7}$$
$$Q = \sqrt{M^2 - \delta^2}\sin\alpha \tag{8}$$

Note que, como o buraco negro é *quase* extremo, o parâmetro δ é muito pequeno. Substituindo agora os termos da métrica e as componentes do quadrivetor potencial, e introduzindo esses dois novos parâmetros, obtemos a seguinte relação para a energia da partícula:

$$E \geq E_{min} = \frac{\sqrt{M^2-\delta^2}[L\cos\alpha + q(M+\delta)\sin\alpha]}{(M+\delta)[M+\delta+(M-\delta)\cos^2\alpha]} \tag{9}$$

Como último detalhe, precisamos salientar que esse valor acima foi obtido quando a partícula se encontra exatamente no horizonte de eventos, ou seja, estamos considerando que a partícula for levada até o horizonte de eventos por algum agente e logo após foi solta dessa posição (no nosso caso não estamos interessados em como esse transporte é feito – para nós basta saber que isso é possível, pois fora do horizonte podemos nos movimentar livremente, basta termos energia suficiente para isso).

Portanto, depois de solta, a partícula só atravessará o horizonte (caindo no buraco negro) se sua energia for maior que esse valor mínimo encontrado. Se a energia for menor, a repulsão eletromagnética e/ou a interação entre os movimentos de rotação fará com que a partícula se afaste do buraco negro.

Precisamos agora verificar a condição dois, ou seja, precisamos analisar se a configuração final terá as condições necessárias para que o horizonte de eventos seja destruído. Vimos que para destruirmos o horizonte precisamos que a equação (2) seja satisfeita. Como os parâmetros da partícula são pequenos em relação aos do buraco negro, vamos derivar a equação (2). Fazendo isso obtemos:

$$2\,M\,dM < \frac{2J}{M^2}\,dJ - \frac{2J^2}{M^3}\,dM + 2\,Q\,dQ \tag{10}$$

Interpretando dM, dJ e dQ como a energia da partícula, seu momento angular e sua carga elétrica, resolvendo para a energia, e substituindo os parâmetros δ e α, obtemos:

$$E < E_{max} = \frac{\sqrt{M^2-\delta^2}[L\cos\alpha + qM\sin\alpha]}{M^2 + (M^2-\delta^2)\cos^2\alpha} \tag{11}$$

Portanto, para que a partícula tenha os parâmetros necessários para destruir o horizonte de eventos, sua energia deve satisfazer a relação acima. Precisamos verificar se as relações (9) e (11) podem ser satisfeitas simultaneamente.

Para fazermos essa análise, vamos expandir essas relações em termos de δ/M. Fazendo essa expansão, obtemos a seguinte expressão para a diferença entre os valores máximo e mínimo permitidos para a energia da partícula:

$$E_{max} - E_{min} = \frac{\frac{2L}{M}\cos\alpha + q\sin^2\alpha}{(1+\cos^2\alpha)^2}\left(\frac{\delta}{M}\right) + O(\delta/M)^2 \tag{12}$$

Note que podemos obter valores positivos para a relação acima. Dessa maneira, mostramos que é possível a partícula cair no buraco negro e destruir seu horizonte de eventos, deixando sua singularidade à mostra.

Se o buraco negro fosse inicialmente extremo, conforme Wald (1974), os valores de E_{min} e de E_{max} seriam exatamente o mesmo, de forma que nesse caso não seria possível satisfazer simultaneamente as relações (9) e (11), e não seria possível destruir o horizonte de eventos do buraco negro.

Conclusão

Mostramos que é possível, a partir de um buraco negro inicial *quase* extremo, obtermos uma singularidade nua, através da captação (pelo buraco negro) de uma partícula que contenha os parâmetros necessários. Para um buraco negro inicialmente extremo, essa destruição do horizonte de eventos e a consequente formação da singularidade nua não são possíveis.

Por fim, salientamos que efeitos de correção foram desprezados, de maneira que não podemos garantir que encontramos uma violação da conjectura da censura cósmica. Só poderemos ter essa certeza quando levarmos todos os efeitos em consideração, o que é muito difícil de fazer, pois as equações da relatividade geral são muito complicadas de serem resolvidas.

Esperamos que somente uma teoria quântica da gravitação possa resolver essa questão de vez, e quem sabe explicar o que ocorre na vizinhança de singularidades.

Agradecimentos

Os autores agradecem a FAPESP pelo apoio financeiro, e à Maria Clara Igrejas Amon, pelo incentivo e apoio.

Palavras-chave: *Buraco negro, horizonte de eventos, singularidade nua, censura cósmica.*

Referências

PENROSE, Roger. Gravitational collapse: The Role of general relativity. **Riv. Nuovo Cim.**, v.1, p. 252-276, 1969.

WALD, Robert. Gedanken experiments to destroy a black hole. **Ann. Physics**. v. 82, p. 548-. 556, 1974.

HUBENY, Veronika. Overchaarging a Black Hole and Cosmic Censorship. **Phys. Rev. D**. v. 59, p. 064013 (12), fev. 1999.

JACOBSON, Ted; SOTIRIOU, Thomas. Overspinning a Black Hole with a Test Body. **Phys. Rev. Lett.**. v. 103, p. 141101 (14), out. 2009.

JACOBSON, Ted; SOTIRIOU, Thomas. Destroying black holes with test bodies**. Journal of Physics: Conference Series**. v. 222, n. 1, 012041 (9), jun. 2010.